

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

Institut für Mathematik

Fachgebiet: *Mathematik*

Betreuer: Prof. Jan-Christoph Schlage-Puchta

Ihr Name Thomas Dubbe

(e-mail: thomas.dubbe@uni-rostock.de)

Applications of the large sieve

Englische Zusammenfassung

Let us consider a subset \mathcal{A} of N elements of the natural numbers \mathbb{N} . By removing certain subsets of \mathcal{A} we obtain a so called sifted set. A variety of contexts features these sets, including prime k -tuples, shifted primes $p - 1$, which have a large prime factor and the theory of finite automata. As the size of the sifted sets is crucial in each of these applications, we need a tool to estimate it. Our method of choice is the large sieve. In this thesis, we apply it to the aforementioned topics and extend the present knowledge. Furthermore, we explore the Riemann zeta function and its non-trivial zeros, which are themselves deeply connected to the distribution of primes. Since this leaves the realms of classical sieve theory, we have to modify our approach by going back to the roots of the large sieve. This also leads to novel results.

Deutsche Zusammenfassung

Wir betrachten eine N -elementige Teilmenge der natürlichen Zahlen \mathbb{N} . Wenn wir gewisse Teilmengen aus \mathcal{A} herausnehmen bzw. aussieben, entsteht eine so genannte gesiebte Menge. Diese treten in verschiedenen Kontexten auf, wie beispielsweise bei primen k -tupeln, bei verschobenen Primzahlen $p - 1$, die einen großen Primfaktor besitzen und bei der Theorie von endlichen Automaten. Da die Größe der gesiebten Menge in jedem dieser Anwendungen zentral ist, benötigen wir ein geeignetes Hilfsmittel, um diese abzuschätzen. Unsere Wahl fällt hierbei auf das große Sieb. Wir benutzen es, um in den angesprochenen Problemen neue Resultate zu erzielen. Weiterhin befassen wir uns mit den nichttrivialen Nullstellen der Riemannschen Zetafunktion, die wiederum eng verbunden sind mit der Verteilung von Primzahlen. Da wir hier nun den Bereich der klassischen Siebtheorie verlassen, müssen wir unseren Ansatz anpassen und dafür zurück zu den Wurzeln des großen Siebs gehen. Dieser Ansatz führt auch hier zu neuen Resultaten.