

Grenzwertsätze für fast instabile Hawkes-Prozesse und ihre Anwendung bei der Modellierung von Hochfrequenzmärkten

Mein Name ist Anne-Marie Toparkus. Ich bin in Rom, einem kleinen Dorf bei Parchim, aufgewachsen und nach dem Abitur für das Studium nach Rostock gezogen. Dort habe ich meinen Bachelor in Mathematik mit dem Nebenfach Betriebswirtschaftslehre gemacht und anschließend ein Masterstudium in Wirtschaftsmathematik absolviert. Seit einem Jahr arbeite ich an dem Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie am Institut für Volkswirtschaftslehre und strebe eine Promotion an.



Meine Masterarbeit mit dem oben genannten Titel habe ich am Lehrstuhl für Wahrscheinlichkeitstheorie bei Professor Kösters geschrieben. Die folgende Zusammenfassung soll einen kurzen Einblick in das Themengebiet sowie die Ergebnisse der Masterarbeit geben.

Die sogenannten Hawkes-Prozesse wurden im Jahr 1971 durch Alan G. Hawkes als selbstanregende Punktprozesse eingeführt. Sie sind selbstanregend in dem Sinne, als dass das Eintreten eines Ereignisses die Eintrittswahrscheinlichkeit weiterer Ereignisse erhöht. Speziell im Bereich der Epidemiologie und im Zusammenhang mit der Corona-Pandemie gewann die Anwendung dieser Prozesse stark an Bedeutung. In dieser Arbeit werden die Prozesse jedoch im Kontext der Finanzmathematik, genauer im Bereich des Hochfrequenzhandels untersucht. Der Hochfrequenzhandel ist ein mit Computern betriebener algorithmischer Handel, der sich durch geringe Reaktions- und Verzögerungszeiten sowie eine hohe untertägige Auftragsdichte auszeichnet. Viele Aufträge sind dabei Bestandteile eines großen Auftrags, welcher in kleinere Blöcke aufgeteilt wird. Diese Eigenschaft kann gut durch die selbstanregenden Hawkes-Prozesse modelliert werden.

Die Ergebnisse statistischer Schätzungen zeigen, dass in der Praxis häufig nur fast instabile Hawkes-Prozesse für eine adäquate Modellierung der Daten geeignet sind. Ein Hawkes-Prozess wird als fast instabil bezeichnet, falls die Norm der Kernfunktion der Intensität des Prozesses gegen eins strebt, diese jedoch nicht erreicht. Die Kernfunktion beschreibt hierbei, inwiefern sich vergangene Ereignisse auf zukünftige Aktivitäten auswirken. Gegenstand der Masterarbeit ist die Untersuchung des asymptotischen Verhaltens von fast instabilen Hawkes-Prozessen. Es stellt sich heraus, dass sich diese nach einer geeigneten Skalierung auf großen Zeitintervallen wie integrierte Cox-Ingersoll-Ross-Prozesse verhalten. Diese Prozesse werden in der Finanzmathematik zur Beschreibung der Entwicklung von Zinssätzen eingesetzt und können hier für die statistische Schätzung der Parameter eines Hawkes-Prozesses nützlich sein. Die Beweise greifen dabei auf Konvergenzsätze für stochastische Integrale sowie stochastische Differentialgleichungen zurück. Mit Hilfe der Hawkes-Prozesse wird ein Preismodell aufgestellt, auf welches der Grenzwertsatz für fast instabile Hawkes-Prozesse angewendet wird. Als Resultat erhält man die Konvergenz des Hawkes-basierten Preismodells gegen eine Variante des bekannten Heston-Modells, welches die Entwicklung der Volatilität eines Basiswertes beschreibt.