

# Determinantale Zufallsmatrixmodelle für frei unendlich teilbare Verteilungen

Franziska Schulz

Zufallsmatrizen sind sowohl im Zusammenhang mit verschiedenen mathematischen Fragestellungen als auch in unterschiedlichen Anwendungsbereichen von Bedeutung. Beispielsweise werden sie in der Physik genutzt, um chaotische Quantensysteme oder Fragen der statistischen Mechanik zu verstehen.

Zufallsmatrizen sind Matrizen mit zufälligen Einträgen. Wie bei gewöhnlichen Matrizen sind die Eigenwerte von Zufallsmatrizen wichtige Kenngrößen. Da diese selbst auch zufällig sind, kann ihnen ein zufälliges Wahrscheinlichkeitsmaß zugeordnet werden, die empirische Spektralverteilung. Für eine konkrete Realisierung einer Zufallsmatrix kann diese Verteilung durch ein Histogramm veranschaulicht werden.

Von Interesse ist nun, wie sich die empirische Spektralverteilung verhält, wenn die Matrixgröße wächst, und ob sie sogar gegen eine Grenzverteilung konvergiert. Für einige spezielle Zufallsmatrizen existieren Resultate über das Konvergenzverhalten. Beispielsweise konvergiert die empirische Spektralverteilung der Wigner-Matrizen gegen die Wigner'sche Halbkreisverteilung, wie in der linken Abbildung dargestellt.

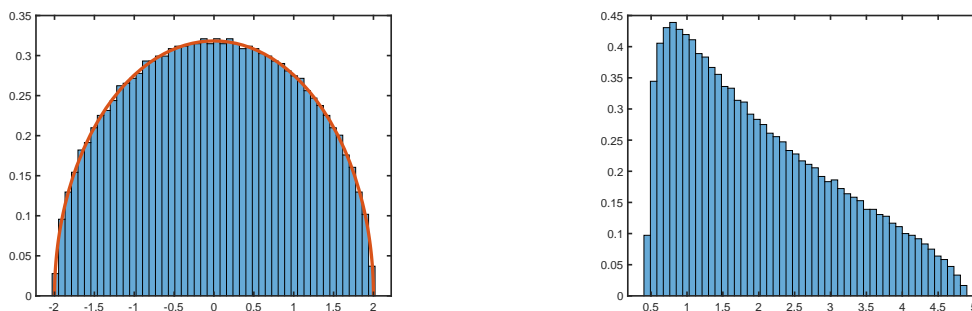


Abbildung 1: Eigenwerte von Realisierungen von Zufallsmatrizen

In der Arbeit wird eine spezielle Klasse von Verteilungen, die frei unendlich teilbaren Verteilungen, betrachtet. Zu jeder Verteilung aus dieser Klasse wird dann eine Folge von natürlichen Zufallsmatrizen konstruiert, deren empirische Spektralverteilungen gegen die gegebene Verteilung konvergieren. Mit Hilfe von Approximationsargumenten und Methoden der freien Wahrscheinlichkeitstheorie, einem Analogon der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie für nichtkommutative Objekte wie Matrizen, werden solche Matrizen explizit angegeben.

Die explizite Darstellung der Zufallsmatrizen ermöglicht die Simulation und approximative Darstellung der frei unendlich teilbaren Verteilungen. Für diese sind zum Teil keine geschlossenen Ausdrücke bekannt, wie beispielsweise bei der rechten Abbildung. Zudem kann die gefundene Darstellung in Spezialfällen genutzt werden, um nachzuweisen, dass die Eigenwerte für jede feste Matrixgröße determinantale Punktprozesse sind. Das ermöglicht die Untersuchung lokaler Eigenschaften der Eigenwerte.