

Analyticity in time and space for a semilinear Cauchy problem

Zusammenfassung

Diese Dissertation behandelt die räumliche und zeitliche Analytizität der Lösung eines Cauchy-Problems für ein parabolisches System von semilinearen partiellen Differentialgleichungen, wobei die Anfangswerte quadratintegrierbar sind und in einem Besov-Raum liegen, der durch reelle Interpolation definiert wird. Die Hauptidee des Beweises ist es eine holomorphe Erweiterung der Lösung auf ein komplexes Gebiet zu konstruieren, die die reelle Analytizität der Lösung liefert. Die Ergebnisse verallgemeinern bekannte Resultate für lineare Systeme von partiellen Differentialgleichungen. Im ersten Teil wird ein abstraktes nichtlineares Cauchy-Problem betrachtet. Existenz, Eindeutigkeit und zeitliche Analytizität der Lösung werden unter Verwendung der maximalen L^p -Regularität und Fixpunktmethoden untersucht. Der zweite Teil beginnt mit der Anwendung der Ergebnisse für das abstrakte Problem auf das System von partiellen Differentialgleichungen. Eine a priori Abschätzung wird eingeführt und die räumliche Analytizität der Lösung wird gezeigt. Der letzte Teil gibt einen kurzen Anwendungsüberblick.

Abstract

This PhD thesis treats spatial and temporal analyticity of the solution to a Cauchy problem for a parabolic system of semilinear partial differential equations where the initial data is square-integrable and in a Besov space which is defined by real interpolation. The main idea of the proof is to construct a holomorphic extension of the solution to a complex domain which yields real analyticity of the solution. The results generalize known results for linear systems of partial differential equations. In the first part, an abstract nonlinear Cauchy problem is studied. Existence, uniqueness, and temporal analyticity of the solution are investigated by using the maximal L^p -regularity property and fixed-point methods. The second part begins with the application of the results for the abstract problem to the system of partial differential equations. An a priori estimate for the solution is established and the spatial analyticity of the solution is shown. The last part gives an short overview of applications.